Übungen zur Vorlesung Theoretische Physik V: Kontinuumsmechanik **SS 2002**

Fakultät Physik, Universität Stuttgart
PD Dr. Dr. R. Hilfer **Blatt 3**

Aufgabe 8

Für einen Spannungstensor $\boldsymbol{T}$ im Punkt P seien die Hauptspannungen $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ und die dazugehörigen Hauptrichtungen $\boldsymbol{n}_1, \boldsymbol{n}_2, \boldsymbol{n}_3$ bekannt. Man berechne die maximale Schubspannung und die zugeordnete Richtung. (4 Punkte)

Aufgabe 9 : Zur Volumenänderung

Zeigen Sie, dass für die Determinante Δ einer Jacobischen Matrix F_{ik}, die auch als Deformationsgradient bezeichnet wird, und ihr dazugehöriges Geschwindigkeitsfeld $\boldsymbol{v}$ gilt:

$$\frac{\mathrm{d}\Delta}{\mathrm{d}t} = \Delta \mathrm{div}\, \boldsymbol{v}.$$

(4 Punkte)

Aufgabe 10 : Kompatibilitätsbedingungen **(schriftlich)**

a) Welche Bedingung müssen die Elemente eines symmetrischen zweidimensionalen Tensors $\boldsymbol{\epsilon}$ erfüllen, damit $\boldsymbol{\epsilon}$ der linearisierte Greensche Verzerrungstensor eines ebenen Verschiebungsfeldes ist? Vergleichen Sie mit der Bedingung, dass ein zweidimensionales Kraftfeld ein Potential besitzt.

Hinweis: Drücken Sie zunächst die Komponenten ϵ_{ij} durch Ableitungen $\partial u_i/\partial \xi_j$ aus. Welche Relation zwischen den zweiten Ableitungen von ϵ_{ij} besteht somit? (2 Punkte)

b) Wenden Sie das Ergebnis aus a) auf einen Tensor der Form

$$\boldsymbol{\epsilon}(\xi) = \begin{pmatrix} a(\xi_1^2 - \xi_2^2) & b\xi_1\xi_2 \\ b\xi_1\xi_2 & a\xi_1\xi_2 \end{pmatrix}$$

an. Welche Bedingung ergibt sich für a und b? Wie lautet das Verschiebungsfeld? (1 Punkt)