Übungen zur Vorlesung Theoretische Physik V:
Kontinuumsmechanik **SS 2002**

Fakultät Physik, Universität Stuttgart
PD Dr. Dr. R. Hilfer **Blatt 5**

Aufgabe 14 : Drehimpulsbilanz in materieller Formulierung

In der Vorlesung haben Sie die Drehimpulsbilanz in *räumlicher* Formulierung kennengelernt. Dabei ergab sich die Symmetrie des *Cauchy*schen Spannungtensors $\boldsymbol{T} = \boldsymbol{T}^T$.

Leiten Sie analog zur Vorlesung die Drehimpulsbilanz in *materieller* Formulierung her. Folgern Sie daraus die Symmetrieaussagen für den ersten und den zweiten *Piola-Kirchhoff*schen Spannungstensor (${}^I\boldsymbol{P}$ und ${}^{II}\boldsymbol{P}$):

$$ {}^I\boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{F}^T = \boldsymbol{F} \cdot {}^I\boldsymbol{P}^T $$

$$ {}^{II}\boldsymbol{P} = {}^{II}\boldsymbol{P}^T $$

(4 Punkte)

Aufgabe 15 : Barometrische Höhenformel

a) Zeigen Sie, dass für ein ruhendes Medium die Gleichgewichtsbedingung

$$ \varrho \boldsymbol{k} + \operatorname{div} \boldsymbol{T} = 0 $$

aus der Impulsbilanz folgt, wobei $\boldsymbol{k}$ die Massenkraftdichte und $\boldsymbol{T}$ den Spannungstensor darstellt. Zeigen Sie, dass für ein isotropes Medium

$$ \boldsymbol{T} = -p\boldsymbol{I} $$

gilt. (1 Punkt)

b) Leiten Sie aus der Bedingung in a) die barometrische Höhenformel

$$ p = p_0 \exp(-\varrho_0 g z / p_0) $$

ab.
Hinweis: p und ϱ sind Druck bzw. Dichte der Luft, g ist die Erdbeschleunigung und wird als konstant angesetzt und z ist die Höhe über der Erdoberfläche. Betrachten Sie die Atmosphäre als isothermes, ideales Gas, so dass die Beziehung $p/p_0 = \varrho/\varrho_0$ gilt. (2 Punkte)

c) Bestimmen Sie den Druckverlauf für den Fall, dass die Luft der Polytropengleichung $\frac{p}{p_0} = \frac{\varrho^n}{\varrho_0^n}$ genügt. (1 Punkt)

Aufgabe 16 : Mechanische Energiebilanz in materieller Formulierung (schriftlich)

In der Vorlesung haben Sie die Energiebilanz in *räumlicher* Formulierung kennengelernt. Leiten Sie analog zur Vorlesung die Energiebilanz in *materieller* Formulierung her. (3 Punkte)