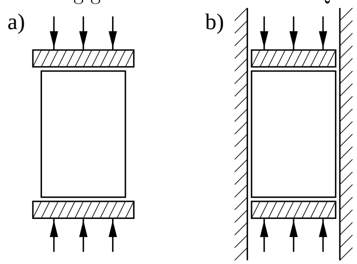
Übungen zur Vorlesung Theoretische Physik V: Kontinuumsmechanik **SS 2002**

Fakultät Physik, Universität Stuttgart
PD Dr. Dr. R. Hilfer **Blatt 8**

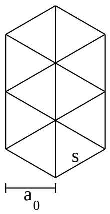
Aufgabe 22 : Druckversuche

Ein homogener Quader aus isotrop hookeschem Material wird zwischen zwei glatten ebenen Platten in einer Richtung gestaucht. Bei einem Versuch kann sich der Quader in Querrichtung frei ausdehnen (Bild a)), bei einem anderen Versuch wird er allseitig zwischen starren ebenen glatten Wänden geführt (Bild b)). Bestimmen Sie das Verhältnis der Kräfte als Funktion der Laméschen Konstanten, unter deren Wirkung sich der Stab in den beiden Versuchen um das gleiche Stück verkürzt. Diskutieren Sie dieses Verhältnis in Abhängigkeit der Poissonschen Querkontraktionszahl.



(4 Punkte)

Aufgabe 23 : Berechnung der elastischen Konstanten



Ein ebenes hexagonales Gitter lässt sich in linearer Näherung durch zwei elastische Konstanten beschreiben:

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\mu\boldsymbol{\epsilon} + \lambda \mathrm{Sp}\boldsymbol{\epsilon}\,\mathbf{1}.$$

Ziel dieser Aufgabe ist die Berechnung der elastischen Konstanten λ und μ aus einem einfachen mikroskopischen Modell.

a) Die interatomare Wechselwirkung wird als Lennard-Jones-Potential

$$V(r) = V_0\left(\left(\frac{s}{r}\right)^{12} - 2\left(\frac{s}{r}\right)^{6}\right)$$

angenommen, wobei wir uns auf Nächste-Nachbar-Wechselwirkung beschränken. Entwickeln Sie die Wechselwirkungsenergie um den Gleichgewichtsabstand. Wie groß ist die Bindungsenergie pro Flächenelement? (1 Punkt)

b) Betrachten Sie eine isotrope Streckung der Atomanordnung. Berechnen Sie die Energiezunahme in Abhängigkeit des Streckfaktors. Welche Gleichung erhalten Sie hiermit für die elastischen Konstanten λ und μ? (1 Punkt)

c) Machen Sie die analoge Überlegung wie in b) für eine Scherung. Hieraus und aus dem Ergebnis von b) ergibt sich $\lambda(V_0, s)$ und $\mu(V_0, s)$. (2 Punkte)

Aufgabe 24 : Spannungs-Dehnungs-Beziehung (schriftlich)

a) Invertieren Sie die Spannungs-Dehnungs-Beziehung für ein isotropes Material

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\mu\boldsymbol{\epsilon} + \lambda \mathrm{Sp}\boldsymbol{\epsilon}\,\mathbf{1},$$

d.h. bestimmen Sie μ' und λ' derart, dass

$$\boldsymbol{\epsilon} = 2\mu'\boldsymbol{\sigma} + \lambda' \mathrm{Sp}\boldsymbol{\sigma}\,\mathbf{1}.$$

(2 Punkte)

b) Schreiben Sie $\sigma_{ij} = E_{ijkl}\epsilon_{kl}$ und $\epsilon_{kl} = S_{klmn}\sigma_{mn}$ und zeigen Sie, dass

$$E_{ijkl}S_{klmn} = \frac{1}{2}\left(\delta_{im}\delta_{jn} + \delta_{in}\delta_{jm}\right).$$

(1 Punkt)