

Übungsblatt 8
Theoretische Physik III: Elektrodynamik
SS 2014

Fakultät Mathematik und Physik, Universität Stuttgart
Prof. Dr. Dr. R. Hilfer
A. Lemmer (andreas.lemmer@icp.uni-stuttgart.de)

Aufgabe 1 (Votieraufgabe)

3 Punkte

Zeigen Sie den Mittelwertsatz für harmonische Funktionen:

Sei $f : \mathbb{G} \mapsto \mathbb{R}$ harmonisch in $\mathbb{G} \subset \mathbb{R}^d$.

Dann gilt für jede Kugel $\mathbb{B}(\mathbf{x}_0, R) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d : |\mathbf{x} - \mathbf{x}_0| \leq R\}$

$$f(\mathbf{x}_0) = \frac{1}{|\mathbb{B}(\mathbf{x}_0, R)|} \int_{\mathbb{B}(\mathbf{x}_0, R)} f(\mathbf{x}) d^d \mathbf{x} \quad ,$$

wobei $|\mathbb{B}(\mathbf{x}_0, R)| = \frac{\pi^{\frac{d}{2}} R^d}{\Gamma(\frac{d}{2} + 1)}$ das Volumen der Kugel ist.

Aufgabe 2 (Votieraufgabe)

3 Punkte

Zeigen Sie, dass aus dem Mittelwertsatz das Maximumsprinzip für harmonische Funktionen folgt:

Eine in einem beschränkten Gebiet $\mathbb{G} \subset \mathbb{R}^d$ harmonische Funktion $f : \mathbb{G} \mapsto \mathbb{R}$ nimmt ihr Maximum (oder Minimum) auf dem Rand $\partial\mathbb{G}$ an.

Aufgabe 3 (Hausaufgabe)

4 Punkte

Die Ladung q sei homogen verteilt auf der Oberfläche einer Hohlkugel mit Radius R . Die Kugel rotiere mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}$ um ihren Durchmesser.

1. Bestimmen Sie die erzeugte Volumenstromdichte $\mathbf{j}(\mathbf{r})$.
2. Berechnen Sie das Vektorpotential $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ und die magnetische Flussdichte $\mathbf{B}(\mathbf{r})$.
3. Berechnen Sie die Größe

$$\mathbf{m} = \frac{1}{2} \int (\mathbf{r} \times \mathbf{j}(\mathbf{r})) d^3 \mathbf{r} \quad .$$

\mathbf{m} heißt *magnetisches Moment*.