Übungsblatt 3
Theoretische Physik III: Elektrodynamik
SS 2014

Fakultät Mathematik und Physik, Universität Stuttgart
Prof. Dr. Dr. R. Hilfer
A. Lemmer (andreas.lemmer@icp.uni-stuttgart.de)

Aufgabe 1 (Votieraufgabe) **4 Punkte**

Man betrachte das Vektorfeld

$$\boldsymbol{F} = (3y - c_1 z)\boldsymbol{e}_x + (c_2 x - 2z)\boldsymbol{e}_y - (c_3 y + z)\boldsymbol{e}_z \quad .$$

1. Bestimmen Sie die Konstanten c_1, c_2 und c_3 so, dass das Wegintegral $\int\limits_{P\to Q} \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}$ zwischen zwei beliebigen Punkten P, Q nicht vom Weg von P nach Q abhängt.
2. Bestimmen Sie das skalare Potential $\phi(\boldsymbol{r})$, dessen negativer Gradient $\boldsymbol{F}$ ist.

Aufgabe 2 (Votieraufgabe) **4 Punkte**

Man betrachte eine homogen geladene Kugel mit Radius R.
Bestimmen Sie die elektrische Feldstärke $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ in den Gebieten

1. $\{\, \boldsymbol{r} \in \mathbb{R}^3 \;:\; 0 \leq |\boldsymbol{r}| < R \,\}$,
2. $\{\, \boldsymbol{r} \in \mathbb{R}^3 \;:\; |\boldsymbol{r}| \geq R \,\}$,

indem Sie das elektrische Potential $\varphi(\boldsymbol{r})$ mit Hilfe der Integralformel

$$\varphi(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\rho(\boldsymbol{s})}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{s}|} \,\mathrm{d}^3\boldsymbol{s}$$

berechnen, wobei $\rho(\boldsymbol{r})$ die gegebene elektrische Ladungsdichte ist.

Aufgabe 3 (Hausaufgabe) **4 Punkte**

Ein unendlich dünnes und unendlich langes Kabel sei elektrisch geladen mit homogen verteilten Ladungen der Dichte $\rho(\boldsymbol{r}) = \rho(x, y, z) = \lambda\delta(y)\delta(z)$, wobei λ eine Konstante ist. Man berechne die elektrische Feldstärke und ihr Potential

$$\varphi(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\rho(\boldsymbol{s})}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{s}|} \, \mathrm{d}^3\boldsymbol{s} \quad .$$

Aufgabe 4 (Hausaufgabe) **4 Punkte**

Skizzieren Sie einen Beweis des Gauß'schen Integralsatzes in 3 Dimensionen,

$$\int\limits_G \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{A} \, \mathrm{d}^3\boldsymbol{r} = \int\limits_{\partial G} \boldsymbol{A} \cdot \, \mathrm{d}^2\boldsymbol{r} \quad ,$$

für ein Gebiet $G \subseteq \mathbb{R}^3$ mit nach außen orientierter Oberfläche ∂G und ein Vektorfeld $\boldsymbol{A} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$. (Hinweis: Betrachten Sie eine geeignete Zerlegung des Volumens G in kleine Volumina $\Delta G(\boldsymbol{r})$ und verwenden Sie die Integraldarstellung der Divergenz.)