Übungsblatt 2
Theoretische Physik III: Elektrodynamik
SS 2014

Fakultät Mathematik und Physik, Universität Stuttgart
Prof. Dr. Dr. R. Hilfer
A. Lemmer (andreas.lemmer@icp.uni-stuttgart.de)

Aufgabe 1 (Votieraufgabe) **4 Punkte**

Gegeben sei das dreidimensionale Vektorfeld

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = -y(x^2 + y^2)\,\mathbf{e}_x + x(x^2 + y^2)\,\mathbf{e}_y + xyz\,\mathbf{e}_z \quad ,$$

wobei x, y, z die kartesischen Koordinaten bezüglich der Basis $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z\}$ sind. Berechnen Sie die Zirkulation von $\mathbf{A}$ für die Kreislinie in der xy-Ebene um den Ursprung mit Radius R.

Aufgabe 2 (Votieraufgabe) **4 Punkte**

Man betrachte das Gebiet G, das durch den Schnitt eines Zylinders mit dem ersten Oktanten eines kartesischen Koordinatensystems definiert sei. Der Zylinder ist zentriert um die z-Achse, hat den Radius $R = 4$ und die begrenzenden Ebenen $z = 0$ und $z = 5$. Berechnen Sie den Fluss des Vektorfelds

$$\mathbf{A} = z\,\mathbf{e}_x + x\,\mathbf{e}_y - 3y^2 z\,\mathbf{e}_z$$

durch die Oberfläche von G.

Aufgabe 3 (Hausaufgabe) 4 Punkte

1. Berechnen Sie die Divergenz eines Vektorfelds $\mathbf{E}$ in beliebigen orthogonalen krummlinigen Koordinaten unter Verwendung der Integraldarstellung
$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{E} = \lim_{|\mathrm{G}| \to 0} \frac{1}{|\mathrm{G}|} \oint_{\partial \mathrm{G}} \mathbf{E} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S} \quad .$$
Wählen Sie G als Parallelepiped der Basisvektoren tangential zu den Koordinatenlinien.
2. Berechnen Sie die Divergenz in Zylinderkoordinaten.
3. Berechnen Sie die Divergenz in Kugelkoordinaten.

Aufgabe 4 (Hausaufgabe) 4 Punkte

Man betrachte zwei dreidimensionale Skalarfelder $\varphi_1(\mathbf{r})$, $\varphi_2(\mathbf{r})$, welche beide die Poisson-Gleichung
$$\Delta \varphi_i(\mathbf{r}) = f(\mathbf{r}) \quad , \quad i = 1, 2$$
in einem Gebiet G mit ein und demselben f erfüllen. Auf dem Rand ∂G von G gelte $\varphi_1(\mathbf{r}) = \varphi_2(\mathbf{r})$. Zeigen Sie, dass dies
$$\varphi_1(\mathbf{r}) \equiv \varphi_2(\mathbf{r})$$
in ganz G impliziert. (Hinweis: Wenden Sie den Satz von Green auf $\psi(\mathbf{r}) := \varphi_1(\mathbf{r}) - \varphi_2(\mathbf{r})$ an)