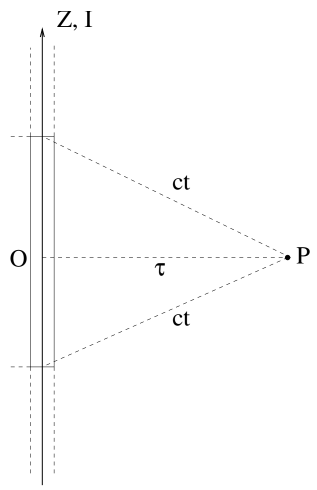
Übungsblatt 13
Theoretische Physik III: Elektrodynamik
SS 2014

Fakultät Mathematik und Physik, Universität Stuttgart
Prof. Dr. Dr. R. Hilfer
A. Lemmer (andreas.lemmer@icp.uni-stuttgart.de)

Aufgabe 1 (Votieraufgabe) **4 Punkte**



Man betrachte einen unendlich langen, ladungsfreien Linienleiter im Vakuum. Zur Zeit $t = 0$ werde ein konstanter Strom I im gesamten Leiter aktiviert ($I(t) = I\,\Theta(t)$, wobei $\Theta(t)$ die Heaviside-Funktion ist).

a) Berechnen Sie das Vektorpotential $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}, t)$.

b) Berechnen Sie die magnetische Induktion $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t)$.

c) Berechnen Sie die elektrische Feldstärke $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t)$. (Vernachlässigen Sie die Ladung des Linienleiters, d.h. setzen sie das skalare Potential gleich null.)
Wie ist die Beziehung zwischen $\boldsymbol{E}$ und $\boldsymbol{B}$?

d) Berechnen Sie den Poyntingvektor $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}, t)$.

Hinweis: Beachten Sie den Retardierungseffekt, der bei dem Problem auftritt (siehe Schaubild).

Aufgabe 2 (Votieraufgabe) **3 Punkte**

Man betrachte ein zeitlich oszillierendes System von Ladungen und Strömen mit

$$\rho(\boldsymbol{r}, t) = \rho(\boldsymbol{r})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} \quad ,$$
$$\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}, t) = \boldsymbol{j}(\boldsymbol{r})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} \quad ,$$

wobei $\rho(\boldsymbol{r}) \in \mathbb{C}$, $\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}) \in \mathbb{C}^3$ im Allgemeinen komplex sind. Die Träger $\operatorname{supp}\rho$, $\operatorname{supp}\boldsymbol{j}$ sollen in eine Kugel mit Durchmesser d passen, d.h. es gibt ein $\boldsymbol{r}_0$ mit $\operatorname{supp}\rho \subset \mathbb{B}(\boldsymbol{r}_0, d)$, $\operatorname{supp}\boldsymbol{j} \subset \mathbb{B}(\boldsymbol{r}_0, d)$.

a) Bestimmen Sie das retardierte Vektorpotential $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}, t)$ und zeigen Sie, dass dadurch nicht nur das $\boldsymbol{B}$-Feld, sondern auch das $\boldsymbol{E}$-Feld bestimmt ist.

b) Nähern Sie das Vektorpotential $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}, t)$ für den Fall, dass $d \ll |\boldsymbol{r}|$ und $d \ll \lambda$ gilt, wobei λ die Wellenlänge der Strahlung ist, durch Entwicklung von $|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|$.

c) Interpretieren Sie den Term ($r = |\boldsymbol{r}|$, $k = |\boldsymbol{k}|$)

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}, t) = \frac{\mu_0\mu_r}{4\pi}\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kr-\omega t)}}{r}\int \boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}')\,\mathrm{d}^3\boldsymbol{r}' \quad ,$$

der in b) auftritt, als elektrische Dipolstrahlung, indem Sie ihn mit dem elektrischen Dipolmoment in Verbindung bringen.