

Übungsblatt 5
Theoretische Physik V : Kontinuumsmechanik
WS 2009/10

Fakultät Mathematik und Physik
Universität Stuttgart
Prof. Dr. R. Hilfer

Aufgabe 1 (Votieraufgabe):

(3 Punkte)

Gegeben sei ein ebenes Spannungsfeld, ausgedrückt durch einen Cauchy-Spannungstensor T . t_n und t_s seien Normal- und Schubspannung bezüglich einer Geraden, deren Normale n im Hauptachsensystem die Komponenten n_i ($i = (1, 2)$) besitze. Für die Hauptspannungen σ_i gelte die Beziehung $\sigma_1 > \sigma_2$.

- a) Berechnen Sie aus den Hauptspannungen σ_i die Normalspannung t_n sowie den Ausdruck $t_n^2 + t_s^2$.
(Ergebnis: $t_n = n_1^2\sigma_1 + n_2^2\sigma_2$, $t_n^2 + t_s^2 = n_1^2\sigma_1^2 + n_2^2\sigma_2^2$.) (1 Punkt).
- b) Bestimmen Sie t_s in Abhängigkeit von t_n . Eliminieren Sie hierzu n_1 und n_2 aus den resultierenden Gleichungen unter Zuhilfenahme der Beziehung $n_1^2 + n_2^2 = 1$.
Hinweis: Als Ergebnis erhalten Sie den Mohrschen Spannungskreis $t_s^2 + [t_n - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}]^2 = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right)^2$. (1 Punkt).
- c) Zeigen Sie, dass die maximale Schubspannung durch $(t_s)_{max} = \frac{1}{2}\{(t_n)_{max} - (t_n)_{min}\}$ gegeben ist. (1 Punkte).

Aufgabe 2 (Votieraufgabe):**(4 Punkte)**

In der Aufgabe 1 haben Sie für ein zweidimensionales Spannungsfeld den Mohrschen Spannungskreis berechnet, der bei gegebenem Spannungstensor eine eindeutige Beziehung zwischen Normal- und Schubspannung herstellt. Im dreidimensionalen Fall existiert diese eindeutige Beziehung nicht mehr. Jedoch gibt es drei Mohrsche Spannungskreise, die die Normal- und Schubspannungen auf ein bestimmtes Gebiet eingrenzen. Das Gebiet soll hier ermittelt werden. Dazu sei ein dreidimensionales Spannungsfeld gegeben, für dessen Hauptspannungen σ_i , $i = 1, 2, 3$ die Beziehung $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ gelte.

- a) Berechnen Sie die Normalspannung t_n sowie den Ausdruck $t_n^2 + t_s^2$ (t_s ...Schubspannung) in Abhängigkeit der Hauptspannungen σ_i und der Komponenten n_i des Flächenvektors. Arbeiten Sie dazu im Eigensystem des Spannungstensors. (1 Punkt).
- b) Leiten Sie aus den Beziehungen in a) mit Hilfe der Normierungsbedingung für den Flächenvektor, $n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1$, drei Gleichungen ab (z. B.: $n_1^2(\sigma_1 - \sigma_2)(\sigma_1 - \sigma_3) = t_s^2 + (t_n - \sigma_2)(t_n - \sigma_3)$). Mit Hilfe von $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ folgen daraus drei Ungleichungen, die das gesuchte Gebiet im $t_n - t_s$ Diagramm beschreiben. Was sind die Mohrschen Spannungskreise? (2 Punkte).
- c) Wodurch ist die maximale Schubspannung gegeben? (1 Punkte).

Aufgabe 3 (Hausaufgabe):**(4 Punkte)**

Für einen Spannungstensor T im Punkt P seien die Hauptspannungen $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ und die dazugehörigen Hauptrichtungen n_1, n_2, n_3 bekannt. Man berechne die maximale Schubspannung und die zugeordnete Richtung.