

Übungsblatt 3

Fortgeschrittene Kontinuumstheorie I

Klassische Feldtheorie

WS 2015/16

Fakultät Mathematik und Physik

Universität Stuttgart

Prof. Dr. R. Hilfer

Aufgabe 1 (Votieraufgabe):

(3 Punkte)

- Bestimmen Sie den Deformationsgradienten für die Deformation $x_1 = \xi_1 + \alpha \xi_2$, $x_2 = \xi_2$, $x_3 = \xi_3$. Beschreiben Sie die Deformation geometrisch. Gibt es materielle Linienelemente $d\xi$, deren Richtung bei der Deformation sich nicht ändert? Wie ändert sich das Volumen?
- Geben Sie die Deformation $F(\xi)$ für eine zweiachsige, isochore Streckung an. Gibt es auch hier Linienelemente ändern?
- Bestimmen Sie für das ebene Geschwindigkeitsfeld

Aufgabe 2 (Votieraufgabe):

(3 Punkte)

Gegeben sei ein Verschiebungsfeld $u(\xi) = x(\xi) - \xi = A\xi$. Ist A unabhängig von ξ , so handelt es sich um eine homogene Deformation. Bestimmen Sie für folgende homogene Deformationen ($0 < c < 1$) den Greenschen Verzerrungstensor, den Rechts-Streck-Tensor U mit seinen Hauptachsen, den Drehtensor R und den Drehwinkel φ . Skizzieren Sie jeweils die Deformation eines Einheitskreises.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -c \\ c & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & -c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & c \\ c & 0 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3 (Hausaufgabe):**(5 Punkte)**

- a) Bei kleinen Verschiebungen u lässt sich der Deformationsgradient schreiben als $\mathbf{F} = \mathbf{I} + \delta\mathbf{F}$ mit $\delta F_{ij} = \partial u_i / \partial \xi_j$. Zeigen Sie, dass für die polare Zerlegung $\mathbf{F} = \mathbf{R}\mathbf{U}$ in linearer Näherung gilt

$$U = I + \delta F_{sym},$$

$$R = I + \delta F_{anti},$$

wobei δF_{sym} der symmetrische und δF_{anti} der antisymmetrische Anteil von δF ist. (2 Punkte).

- b) Zeigen Sie, dass für die Volumendilatation $(d\tilde{V} - dV)/dV = \det F - 1$ gilt:

$$\det F - 1 = \text{Sp } \delta\mathbf{F}_{sym} = \text{div } u.$$

(1 Punkt).

- c) Die Eigenwerte bzw. Eigenvektoren von ε nennt man Hauptdeformationen bzw. Hauptdeformationsrichtungen. Was bedeuten positive (negative) Eigenwerte? Beschreiben Sie die Verformung einer Kugel mit Radius R (ε in Diagonalform). Wie ändert sich ihr Volumen? (1 Punkt).
- d) Eine Dehnungsfläche ist definiert durch $x^T \varepsilon x = \text{const}$. Zeigen Sie, dass bei reiner Verzerrung die Verschiebung u eines materiellen Punktes P parallel zur Normalen n der Dehnungsfläche an der Stelle x_P ist (Poinsoische Konstruktion). Wo findet die Poinsoische Konstruktion außerhalb der Kontinuumsmechanik Anwendung? (1 Punkt).