Übungsblatt 7

Relativitätstheorie I

Wintersemester 2014/15
Fakultät für Physik, Universität Stuttgart
Prof. Dr. R. Hilfer

Aufgabe 1 (Votieraufgabe) **4 Punkte**

Ein Massepunkt wird mit einer konstanten Beschleunigung g in x-Richtung beschleunigt. Die 4er-Beschleunigung im Ruhesystem des Massepunktes ($\widetilde{K}$) lautet also:

$$\widetilde{b}^{\mu} = \begin{pmatrix} 0 \\ g \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

Betrachten Sie die Bewegung des Massepunkts von einem nichtbeschleunigten Bezugssystem K, das zum Zeitpunkt $t = 0$ mit $\widetilde{K}$ übereinstimmt. Das Teichen befindet sich zum Zeitpunkt $t_0 = \widetilde{t_0} = 0$ am Ort $x_0 = \widetilde{x_0} = 0$ und hat Geschwindigkeit $v_0 = \widetilde{v_0} = 0$ in K und $\widetilde{K}$. Zu jedem Zeitpunkt gibt es eine Lorentztransformation zwischen K und($\widetilde{K}$), die durch die aktuelle Geschwindigkeit des Massepunkts definiert ist.

1. Berechnen Sie die bei der Bewegung des Teilchens zurückgelegte Strecke x in K in Abhängigkeit der Beschleunigung g und Fallzeit T. Was ergibt sich für den nichtrelativistischen Grenzfall?

2. Was ergibt sich für den Unterschied Δx zwischen relativistischer und nicht-relativistischer Betrachtung für den Fall, daß die Beschleunigung der Erdbeschleunigung $g = 9,81$ ms^{-2} entspricht bei $T = 150$s Fallzeit. Wie groß müsste die Gravitationskonstante gewählt werden, damit bei einer Fallzeit von $T = 10$min die Abweichung vom nichtrelativistischen Fall mit einer Messgenauigkeit von $\Delta x/x = 0.01$ noch gemessen werden kann?

Aufgabe 2 (Votieraufgabe) **2 Punkte**

Man zeige durch explizites Nachrechnen, dass

$$\frac{1}{4\mu_0} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \left(\frac{\mathbf{B}^2}{\mu_0} - \epsilon_0 \mathbf{E}^2 \right) \tag{2}$$

die Differenz der magnetischen und elektrischen Energiedichten des elektromagnetischen Feldes ist.

Aufgabe 3 (Votieraufgabe) **6 Punkte**

In der Elektrodynamik wurde gezeigt, daß eine Punktladung q, die sich auf einer Trajektorie mit 3er-Trajektorie $\mathbf{R}(t)$ mit 3er-Geschwindigkeit $\mathbf{V}(t)$ im Vakuum bewegt ein zeitabhängiges elektromagnetisches Feld erzeugt, dessen skalares Potential $\phi(\mathbf{r}, t)$ und Vektorpotential $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ am Ort $\mathbf{r}$ zur Zeit t durch die Lienard-Wiechert-Potentiale:

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \left[|\mathbf{r} - \mathbf{R}(t_{ret})| - \frac{1}{c}\left(\mathbf{r} - \mathbf{R}(t_{ret})\right) \cdot \mathbf{V}(t_{ret})\right]} \tag{3}$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{q\mu_0 \mathbf{V}(t_{ret})}{4\pi \left[|\mathbf{r} - \mathbf{R}(t_{ret})| - \frac{1}{c}\left(\mathbf{r} - \mathbf{R}(t_{ret})\right) \cdot \mathbf{V}(t_{ret})\right]} \tag{4}$$

gegeben sind. Dabei ist t_{ret} durch die eindeutige Lösung der Gleichung:

$$t_{ret} = t - \frac{1}{c}|\mathbf{r} - \mathbf{R}(t_{ret})| \tag{5}$$

definiert.

1. Stellen Sie damit die relativistischen Bewegungsgleichungen auf, denen N Punktmassen m_i mit Ladungen $q_i, i = 1, \ldots, N$ gehorchen müssen.
2. Leiten Sie daraus die nichtrelativistischen Bewegungsgleichungen ab indem sie dafür den Limes $c \to \infty$ nehmen.
3. Diskutieren Sie die Unterschiede zwischen den relativistischen und nichtrelativistischen Bewegungsgleichungen.

Hinweis: Stellen Sie die 4-er Trajektorie (=Weltlinie) aus der 3-er Trajektorie mithilfe der Eigenzeit τ auf. Verwenden sie die kovariante Formulierung der Lorentzkraft aus der Vorlesung.