

# Übungen zu Physik auf dem Computer SS 2012

## Übungsblatt 3: Taylorreihe und Polynominterpolation

2. Mai 2012

### Allgemeine Hinweise

- Abgabetermin ist **Montag, 7.5.2012, 13:00**
- Zur Abgabe schickst Du die Lösungsdatei(en) im Anhang einer Email an Deinen Tutor:
  - Florian (floh@icp.uni-stuttgart.de; Dienstag, 15:45–17:15)
  - Dominic (dominic@icp.uni-stuttgart.de; Dienstag, 15:45–17:15)
  - Olaf (olenz@icp.uni-stuttgart.de; Mittwoch, 15:45–17:15)
- Die Übungen werden in Gruppen von jeweils zwei oder drei Leuten bearbeitet. Diese dürfen sich gerne von Blatt zu Blatt unterscheiden. Aus formalen Gründen muss allerdings jeder von Euch eine eigene Lösung abgeben. Schreibt bitte auf die Lösungen, mit wem Ihr zusammengearbeitet habt, um uns das Korrigieren zu erleichtern.
- Die Übungen finden statt im CIP-Pool des Instituts für Computerphysik (ICP) im Pfaffenwaldring 27.

In den verschiedenen Aufgaben werden die folgenden Funktionen in den angegebenen Wertebereichen benutzt:

Name	Definition	Wertebereich
Sinusfunktion	$f(x) = \sin x$	$[0, \frac{\pi}{2}]$
Rungefunktion	$g(x) = \frac{1}{1+x^2}$	$[-5, 5]$
Lennard-Jones-Funktion	$h(x) = x^{-12} - x^{-6}$	$[1, 5]$

### Aufgabe 3.1 (4 Punkte): Taylorpolynome

Berechne die Koeffizienten der abgeschnittenen Taylorreihen der Sinusfunktion (bei Entwicklung um  $x_0 = 0$ ), der Rungefunktion ( $x_0 = 0$ ) und der Lennard-Jones-Funktion ( $x_0 = 1$ ) jeweils bis Grad 10.

- 3.1.1 (2 Punkte) Schreibe für alle drei Funktionen Pythonfunktionen (unter Zuhilfenahme der NumPy-Funktion `numpy.polyval(x, c)`), die die Werte der abgeschnittenen Taylorpolynome von Grad 3, 5 und 10 für beliebige Werte von  $x$  ausrechnet.

Gib das Pythonskript zur Berechnung der Polynome als Lösung mit ab.

**Hinweis** Die Pythonfunktionen sollen die Funktionswerte des Taylorpolynoms ausrechnen, *nicht* dessen Koeffizienten!

- 3.1.2 (2 Punkt) Erzeuge mit Hilfe dieser Pythonfunktionen für jede der Funktionen  $f(x)$ ,  $g(x)$  und  $h(x)$  je einen Plot, der die Funktion und die dazugehörigen Taylorpolynome der Grade 3,5 und 10 im angegebenen Wertebereich zeigt.

Gib die drei Plots im PDF-Format als Lösung ab.

### **Aufgabe 3.2 (6 Punkte): Interpolationspolynome**

In dieser Aufgabe geht es um die Interpolation der drei Funktionen durch Interpolationspolynome.

- 3.2.1 (2 Punkte) Schreibe ein Pythonskript, das die Interpolationspolynome der Grade 5, 10 und 15 der Funktionen  $f(x)$ ,  $g(x)$  und  $h(x)$  für äquidistanten Stützstellen im oben angegebenen Wertebereich ausrechnet. Verwende dazu die Pythonfunktion `scipy.interpolate.lagrange`. Erzeuge für jede der Funktionen einen Plot, der die Funktion und die Interpolationspolynome im angegebenen Wertebereich zeigt.

Gib das Pythonskript und die drei Plots in PDF-Format als Lösung ab.

- 3.2.2 (2 Punkte) Schreibe Pythonfunktionen, die die Interpolationspolynome mit Hilfe der Newton'schen Darstellung ausrechnen können. Schreibe mit deren Hilfe ein Python-Skript, das dasselbe tut, wie das Skript aus der vorigen Aufgabe.

Gib das Pythonskript als Lösung ab.

- 3.2.3 (2 Punkte) Verändere das Pythonskript aus Aufgabe 3.2.1 oder 3.2.2 so, dass es die Interpolationspolynome an Chebyshev-Stützstellen berechnet, und erzeuge die Plots wie in den vorigen Aufgaben.

Gib das Pythonskript und die Plots im PDF-Format als Lösung ab.