Übungsblatt 1
Relativitätstheorie II

Sommersemester 2018
Fakultät für Physik, Universität Stuttgart
Prof. Dr. R. Hilfer

Aufgabe 1 **3 Punkte**

In relativistischen (geometrisierten) Maßeinheiten setzt man die Lichtgeschwindigkeit auf $c = 1$ und die Gravitationskonstante auf $G = 1$. Untersuchen Sie die Konsequenzen dieser Konvention:

1. Welche Länge entspricht der Sonnenmasse?
2. Welche weiteren physikalischen Maßeinheiten kann man ineinander umrechnen? Finden Sie mindestens sechs Paare, oder größere Gruppen, solcher Maßeinheiten (d.h. fünf zusätzliche).
3. Geben Sie eine möglichst große Menge algebraisch unabhängiger physikalischer Maßeinheiten an. Dies bedeutet, dass Sie keine der Maßeinheiten dieser Menge mithilfe von Produkten, Brüchen und Potenzen durch die anderen Maßeinheiten dieser Menge darstellen können. Die Menge sollte mindestens drei Maßeinheiten enthalten.

Aufgabe 2 **3 Punkte**

Eine Testmasse m befindet sich im kugelsymmetrischen Gravitationsfeld einer Punktmasse M. Die Testmasse befinde sich am Anfang im Abstand r der Masse M!

1. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit v bei der die kinetische Energie der Testmasse gerade ihrer potentiellen Energe im Feld von M am Ort r entspricht im Rahmen der nichtrelativistischen klassischen Mechanik.
2. Welche Bedeutung hat diese Geschwindigkeit? Bei einem bestimmten Abstand R ergibt sich als resultierende Geschwindigkeit $v = c$. Was bedeutet das für Objekte, die sich innerhalb dieses Abstands befinden?
3. Berechnen Sie R für die Masse der Erde $M_E = 6 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$ und die Masse der Sonne $M_S = 2 \times 10^{30}\,\mathrm{kg}$, sowie der baryonischen Masse des Universums $M_U \approx 10^{80}$ Protonenmassen mit der Protonenmasse $m_P = 1.7 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$.

Bitte wenden!

Aufgabe 3 **4 Punkte**

Zeigen Sie, dass $\mathbb{S}^2_R$ die Kugeloberfläche mit Radius R, eine zweidimensionale C^∞-Mannigfaltigkeit ist. (Hinweis: Benutzen Sie zwei Karten, die durch stereografische Projektion von Nordpol bzw. Südpol auf die Ebene $z = 0$ entstehen.)

Aufgabe 4 **4 Punkte**

Es sei M eine mit einem Atlas ausgestattete Menge. In der Vorlesung wurde eine Teilmenge $G \subseteq M$ als offen definiert, wenn für jede Karte (U, ϕ) die Teilmenge

$$\Phi(U \cap G) = \{\phi(P) : P \in U \text{ und } P \in G\} \tag{1}$$

von $\mathbb{R}^n$ offen ist.
Zeigen Sie, dass die dadurch definierten offenen Mengen von M eine Topologie bilden.