Übungsblatt 5
Theoretische Physik III: Elektrodynamik
SS 2014

Fakultät Mathematik und Physik, Universität Stuttgart
Prof. Dr. Dr. R. Hilfer
A. Lemmer (andreas.lemmer@icp.uni-stuttgart.de)

Aufgabe 1 (Votieraufgabe) **4 Punkte**

Berechnen Sie die Energiedichte und die Gesamtenergie des elektrischen Feldes für die folgenden räumlichen Ladungsverteilungen:

1. Homogen geladene, unendlich dünne Kugelschale.
2. $\rho(\boldsymbol{r}) = \begin{cases} \alpha\, r^{-2} & \text{wenn} \quad R_1 < r < R_2 \quad (\alpha > 0) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$.

Aufgabe 2 (Votieraufgabe) **4 Punkte**

Vier positive Punktladungen q seien in einem kartesischen Koordinatensystem an den Punkten

$$(0, d, 0)\,,\ (0, -d, 0)\,,\ (0, 0, d)\,,\ (0, 0, -d)$$

und vier weitere negative Punktladungen $-q$ an den Punkten

$$(-d, 0, 0)\,,\ (-\frac{d}{2}, 0, 0)\,,\ (d, 0, 0)\,,\ (2d, 0, 0)$$

platziert.
Man berechne das Dipolmoment $\boldsymbol{p}$ und den Quadrupoltensor $\boldsymbol{Q}$ dieser Ladungsverteilung.

Aufgabe 3 (Hausaufgabe) **2 Punkte**

Das elektrische Feld eines Punktdipols mit Dipolmoment $\boldsymbol{p}$ lautet in Kugelkoordinaten $\boldsymbol{r} = (r, \vartheta, \phi)$

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{|\boldsymbol{p}|}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \left(2\cos\vartheta\, \boldsymbol{e}_r + \sin\vartheta\, \boldsymbol{e}_\vartheta\right) .$$

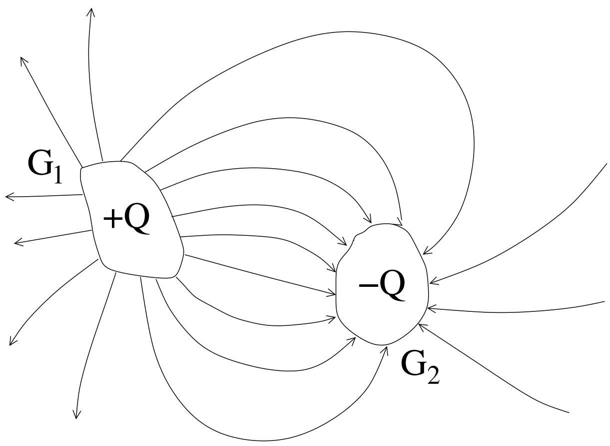
Zeigen Sie durch Umformen dieser Darstellung, dass

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{3(\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{p})\boldsymbol{r}}{r^5} - \frac{\boldsymbol{p}}{r^3} \right)$$

gilt.

Aufgabe 4 (Hausaufgabe) **6 Punkte**

Man betrachte zwei Leiter in den Gebieten G_1 und G_2, welche mit den Ladungen $+Q$ und $-Q$ geladen sind (siehe Schaubild). Solch ein System wird *Kondensator* genannt, weil die elektrischen Feldlinien im Gebiet zwischen G_1 und G_2 “kondensieren” (enger beieinanderliegen).



In G_1 und G_2 hat das Potential die konstanten Werte φ_1 bzw. φ_2. Die elektrische Spannung war definiert als die Potentialdifferenz

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{P_1}^{P_2} \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} \quad , \quad P_1 \in G_1\,,\ P_2 \in G_2\,.$$

Das Verhältnis

$$C = \frac{Q}{U}$$

heißt *Kapazität* des Kondensators, weil es ein Maß ist für die Fähigkeit des Systems, Ladung zu speichern (Ladungsspeicherkapazität).
Betrachten Sie nun den Spezialfall eines Kugelkondensators, bei dem die Leiter aus zwei konzentrischen, unendlich dünnen Kugelschalen mit Radien R_1 und R_2, $R_1 < R_2$ bestehen. Es wird angenommen, dass sie homogen geladen sind mit $+Q$ bzw. $-Q$.

1. Berechnen Sie die elektrische Feldstärke $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ und das elektrostatische Potential $\varphi(\boldsymbol{r})$ für $R_1 \leq r \leq R_2$ und erklären Sie, warum das Feld im Außenraum verschwindet.

2. Bestimmen Sie die Spannung zwischen den Kugelschalen.

3. Ermitteln Sie die Kapazität des Kugelkondensators.

4. Berechnen Sie die Energiedichte innerhalb des Kugelkondensators.